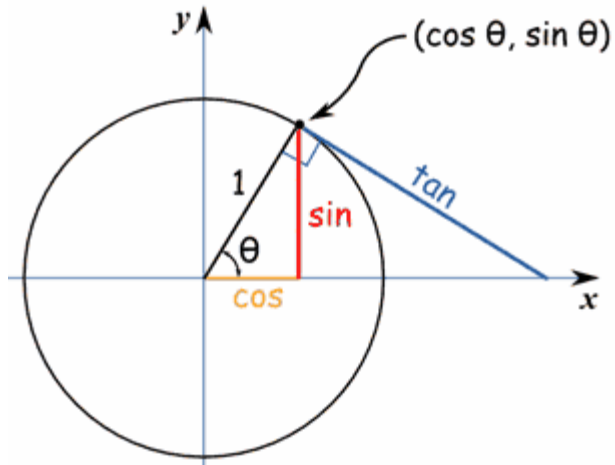


Estimación espectral

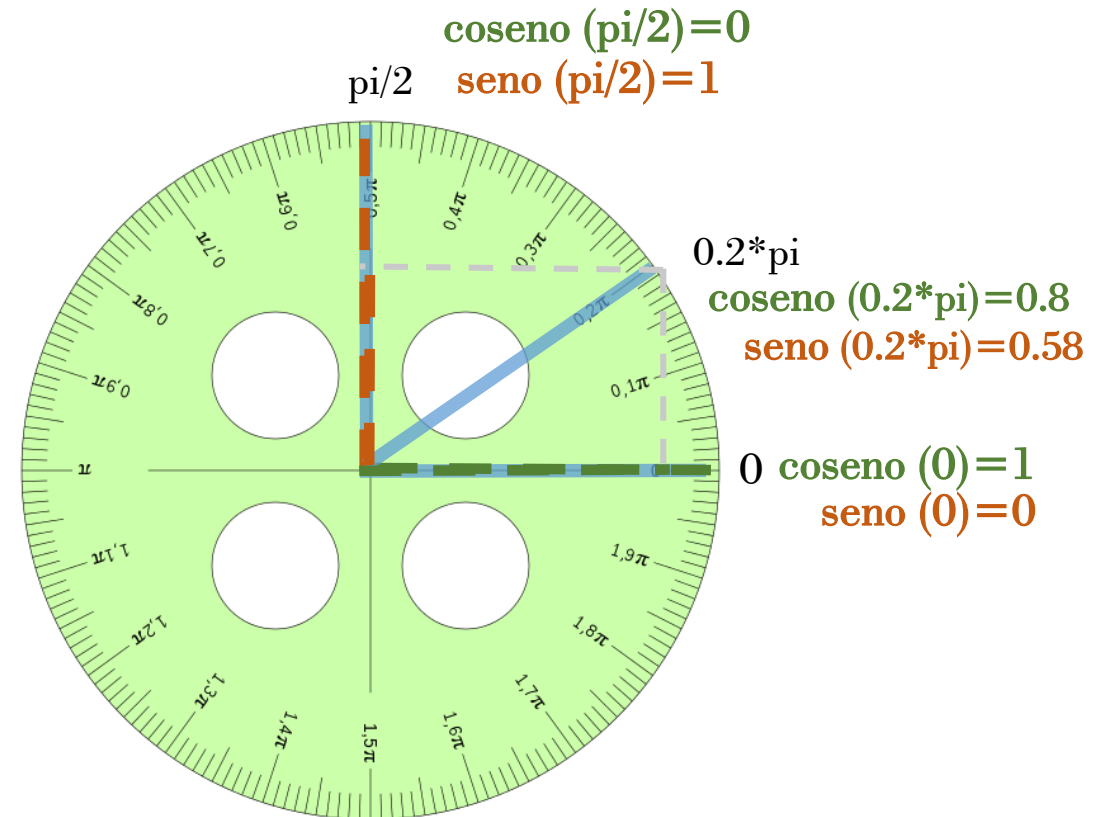
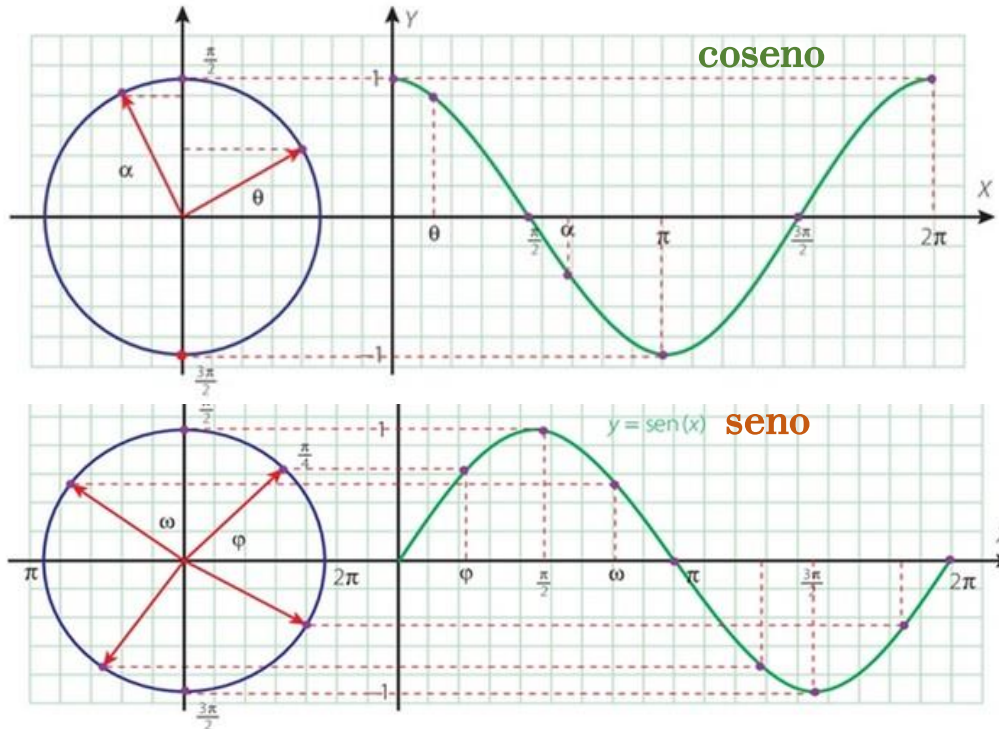
Claudia Poch

Madrid 8 de Febrero 2017

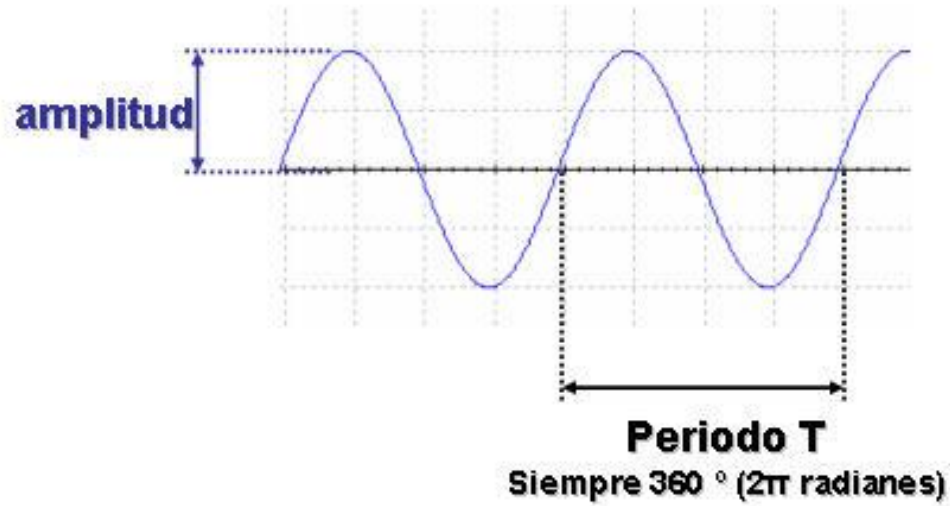
Conceptos básicos de trigonometría



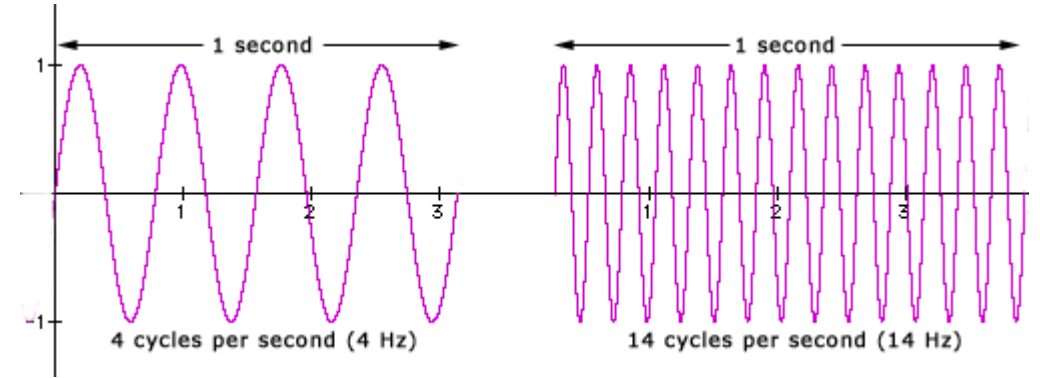
Radián: unidad angular natural en trigonometría. En una circunferencia completa hay 2π radianes (algo más de 6,28).



Caracterización de una serie temporal

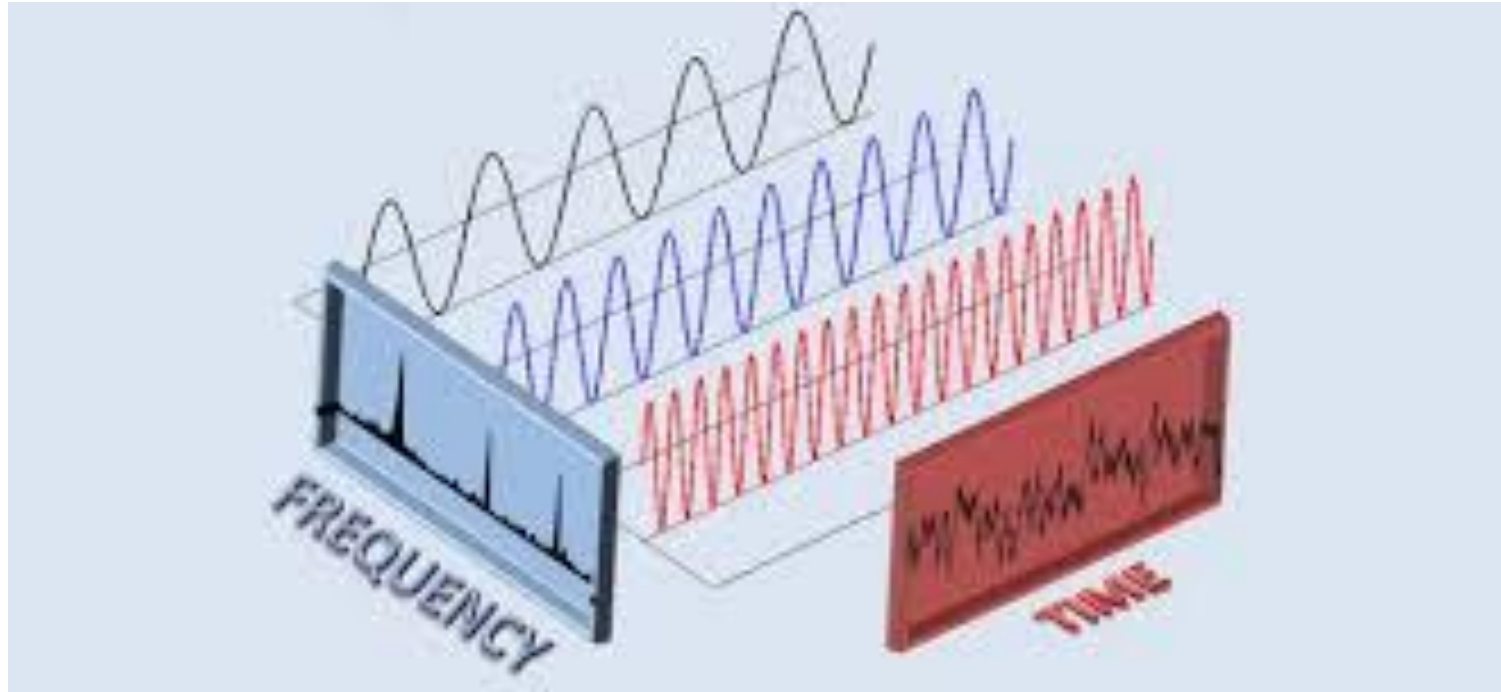


Frecuencia (Hz): número de periodos por segundo



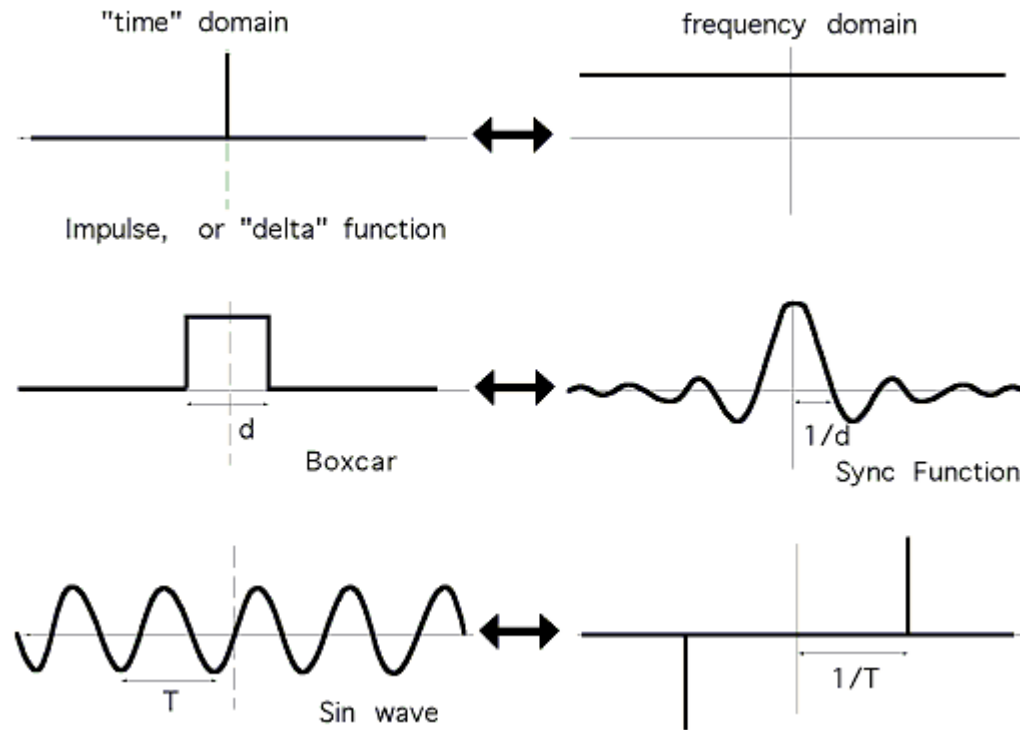
Ejercicio práctico Matlab 1

Estimación espectral: análisis de fourier

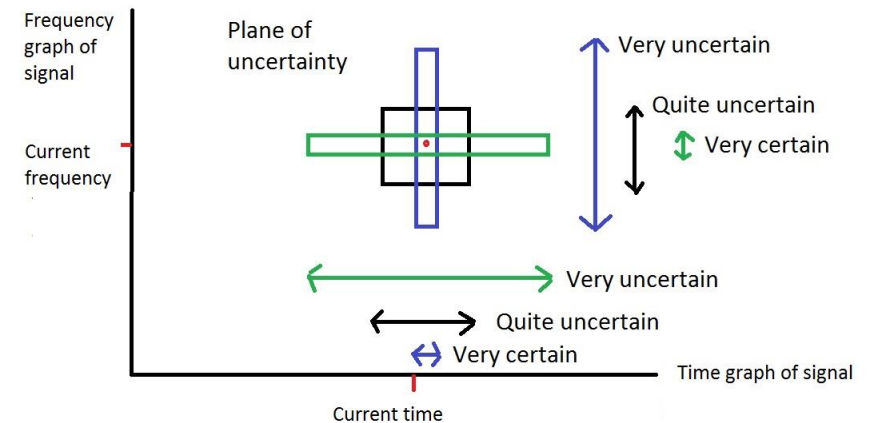


Una señal está compuesta por senos y cosenos de distinta amplitud y frecuencia

Ejemplos de pares de transformada de fourier



Principio de incertidumbre: una señal no puede estar localizada en ambos dominios



Transformada discreta de Fourier

Correlación entre la señal temporal y senos y cosenos de distintas frecuencias

Señal

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-i 2\pi \frac{k}{N} n}$$

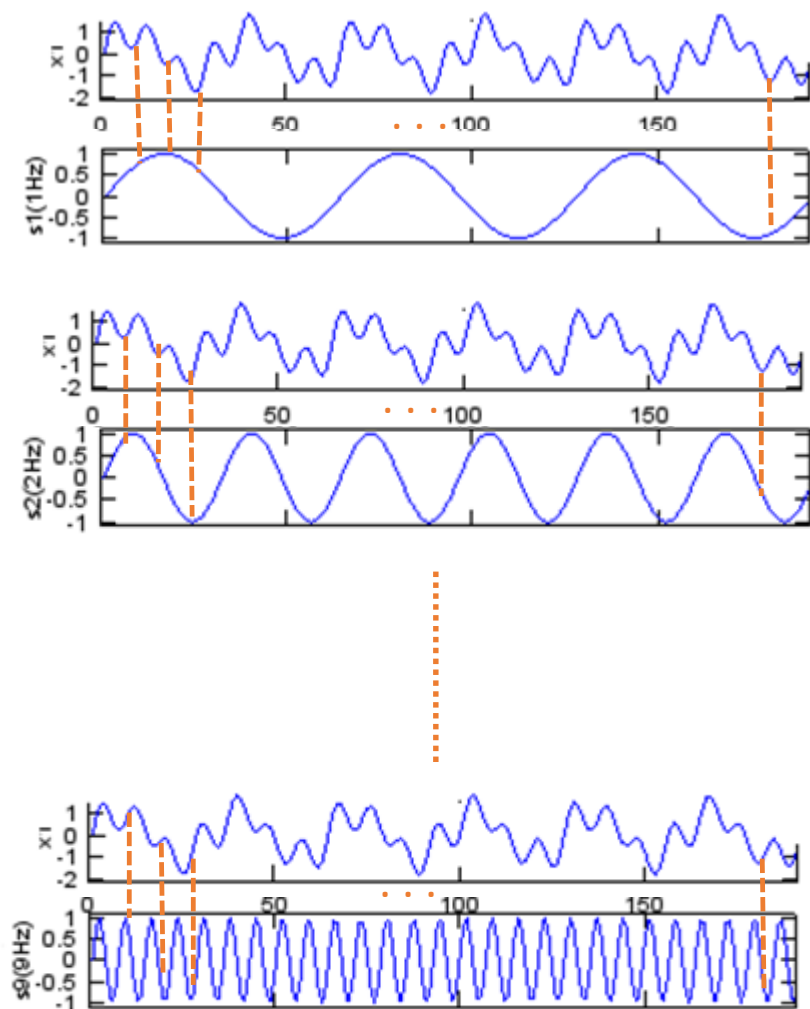
$\cos(2\pi k) + i \cdot \sin(2\pi k)$

Representación exponencial de la suma del seno y coseno

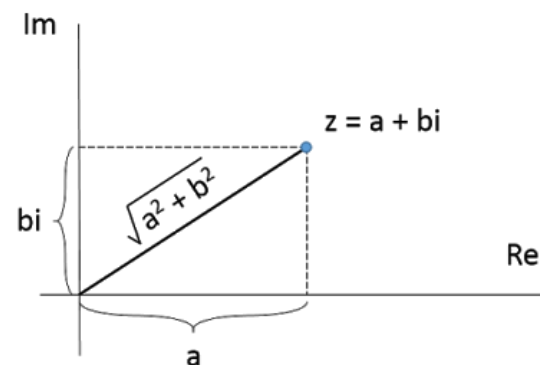
$\sum_{i=0}^n x_i y_i$

Sum of Times (Sum of Multiplication)
= correlation

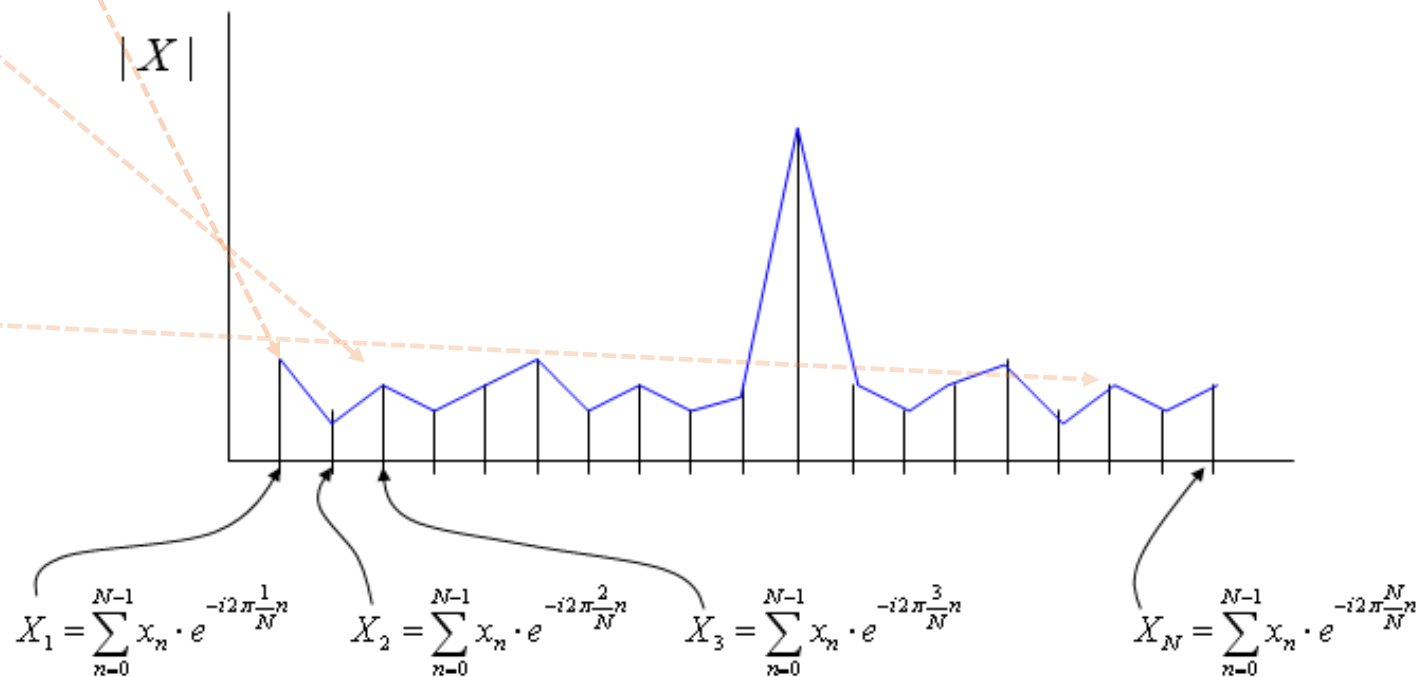
Señal temporal



Correlación
(Número complejo)



$|X|$



Consecuencias de una señal finita y muestreada :

Sólo se puede estimar las frecuencias que cuyos ciclos enteros caben en el periodo temporal seleccionado (t)

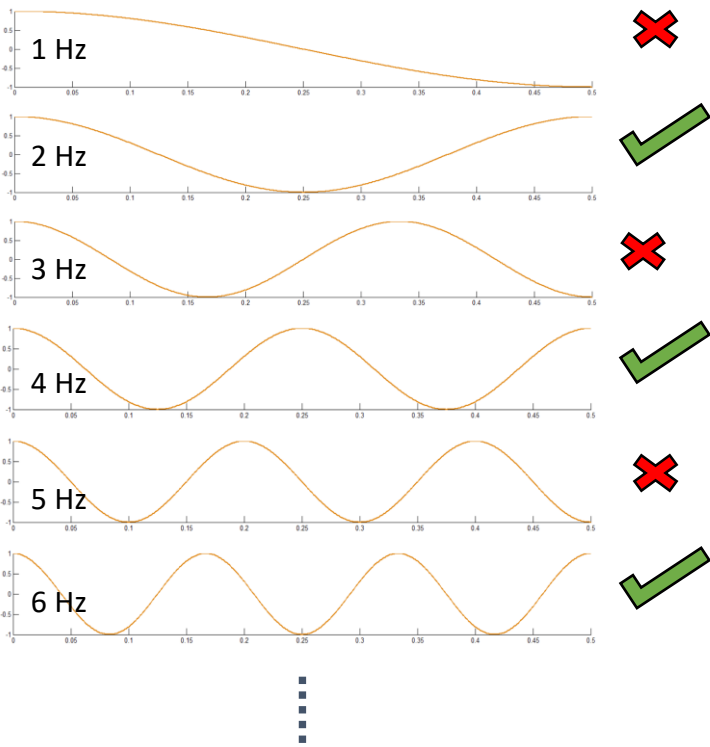
1 seg (0) 1Hz 2Hz 3Hz 4Hz..
0.5 seg.....(0) 2Hz 4Hz 6Hz 8Hz..
0.2 seg..... (0) 5Hz 10Hz 15Hz...

Resolución
espectral: $1/t$

La frecuencia máxima que se puede
estimar es la mitad de la tasa de muestreo.

Nyquist: $F_s/2$

¿Cabe un ciclo entero en
0.5 segundos?

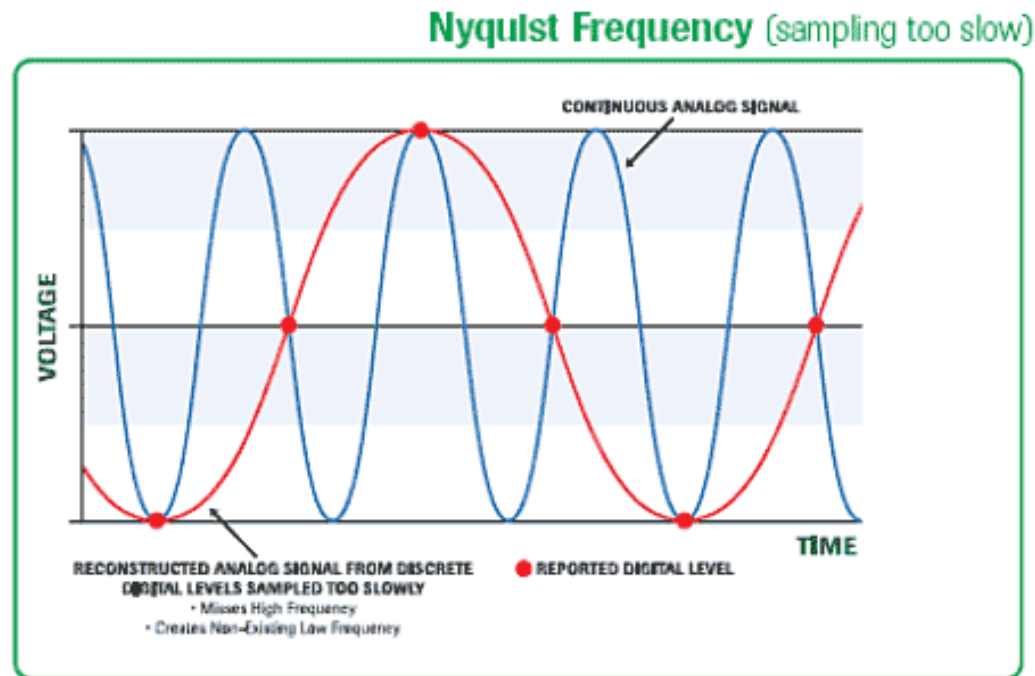


¿Hasta cuántos Hz?

0.5 seg.....1000 Hz..... (0) 2Hz 4Hz 6Hz 8Hz...500Hz
0.5 seg.....500 Hz..... (0) 2Hz 4Hz 6Hz 8Hz...250Hz
0.5 seg.....250 Hz..... (0) 2Hz 4Hz 6Hz 8Hz...124Hz

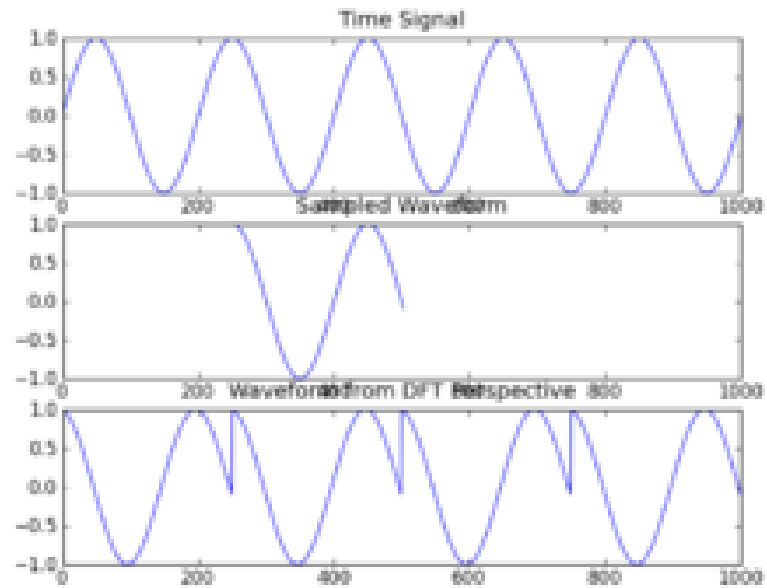
Efecto negativo del muestreo discreto de la señal

Aliasing



Nyquist: La frecuencia máxima estimada es la mitad que la tasa de muestreo

Efecto negativo de una ventana temporal finita



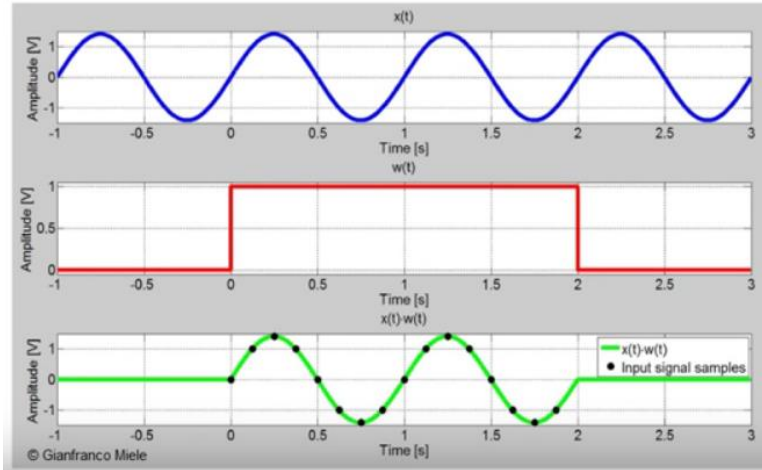
La ventana no contiene ciclos enteros

El análisis de Fourier supone que las ondas son periódicas, se repiten una y otra vez

Spectral leakage

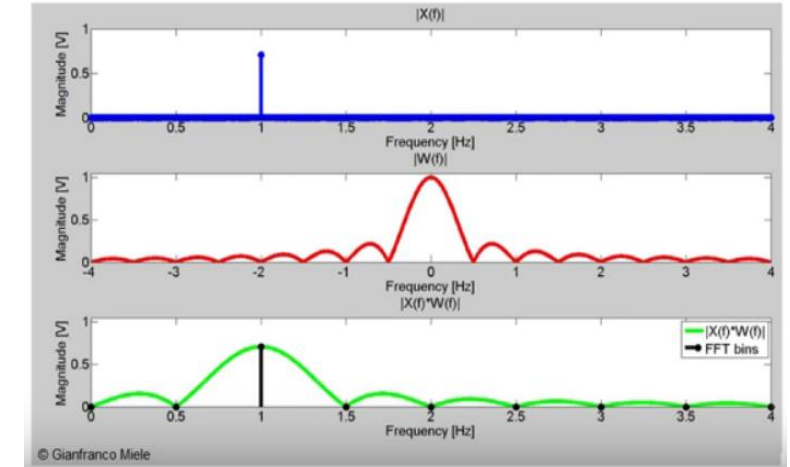
Spectral leakage

Señal de 1 Hz

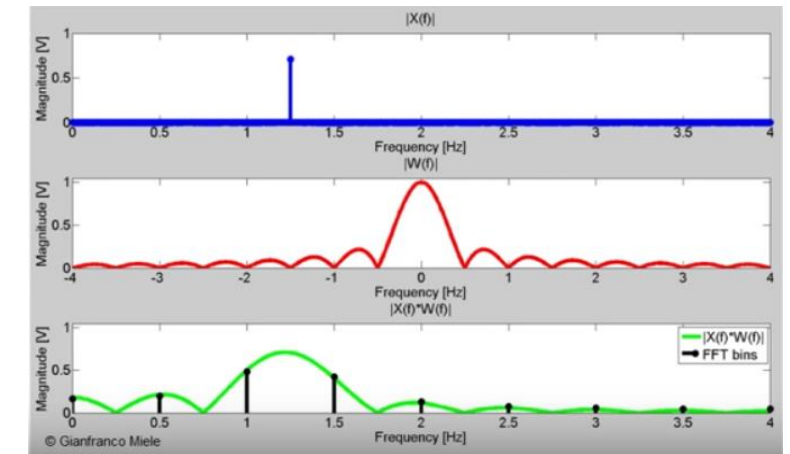
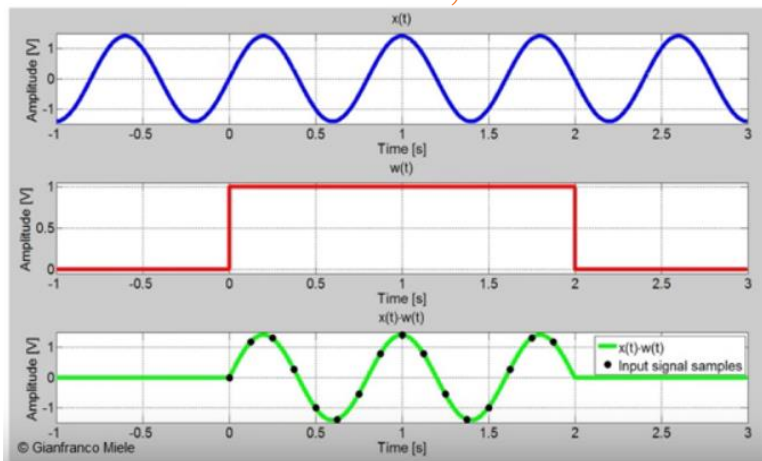


Resolución espectral: $1/2s = 0.5$ Hz

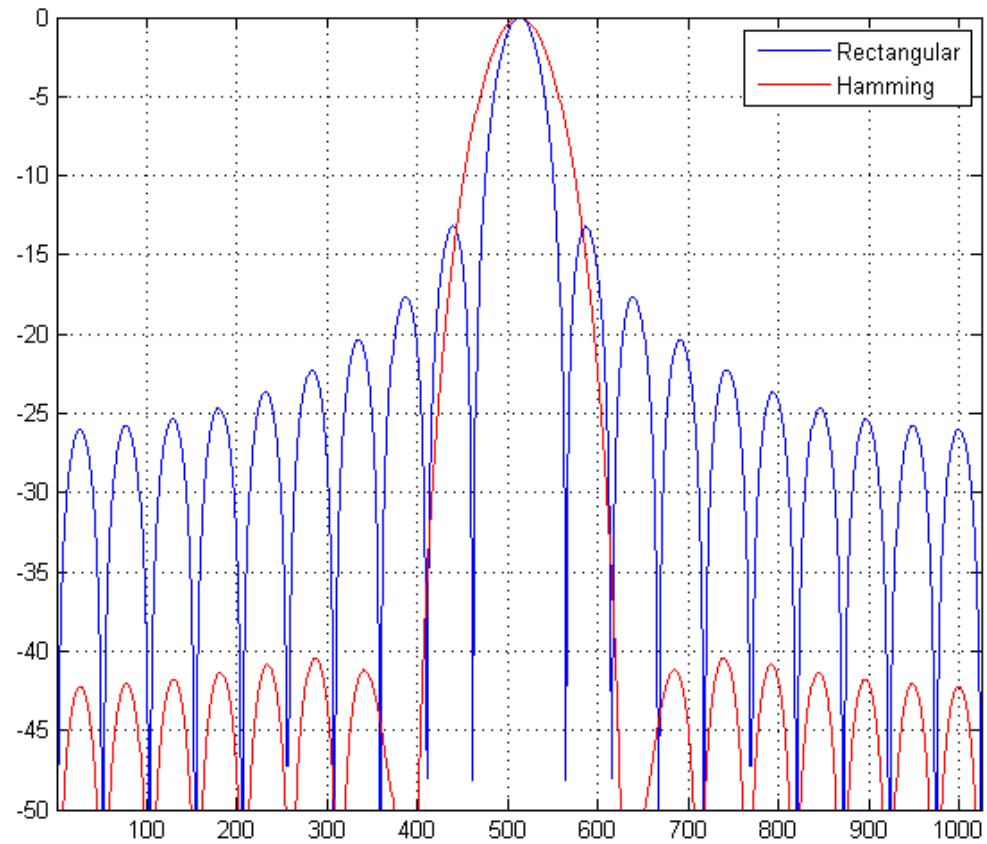
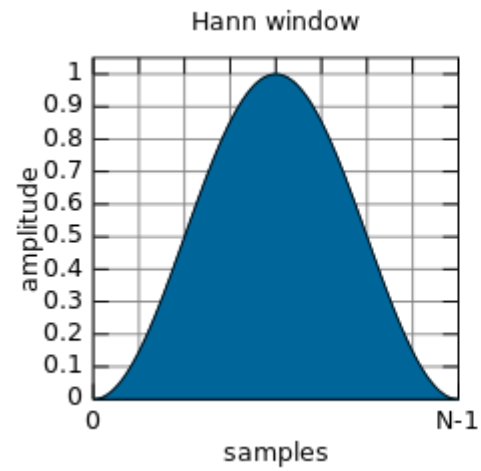
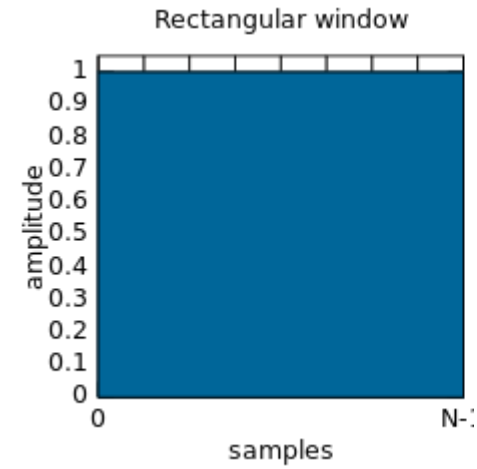
0 0.5 1 1.5 2.5 3 3.5 4 Hz



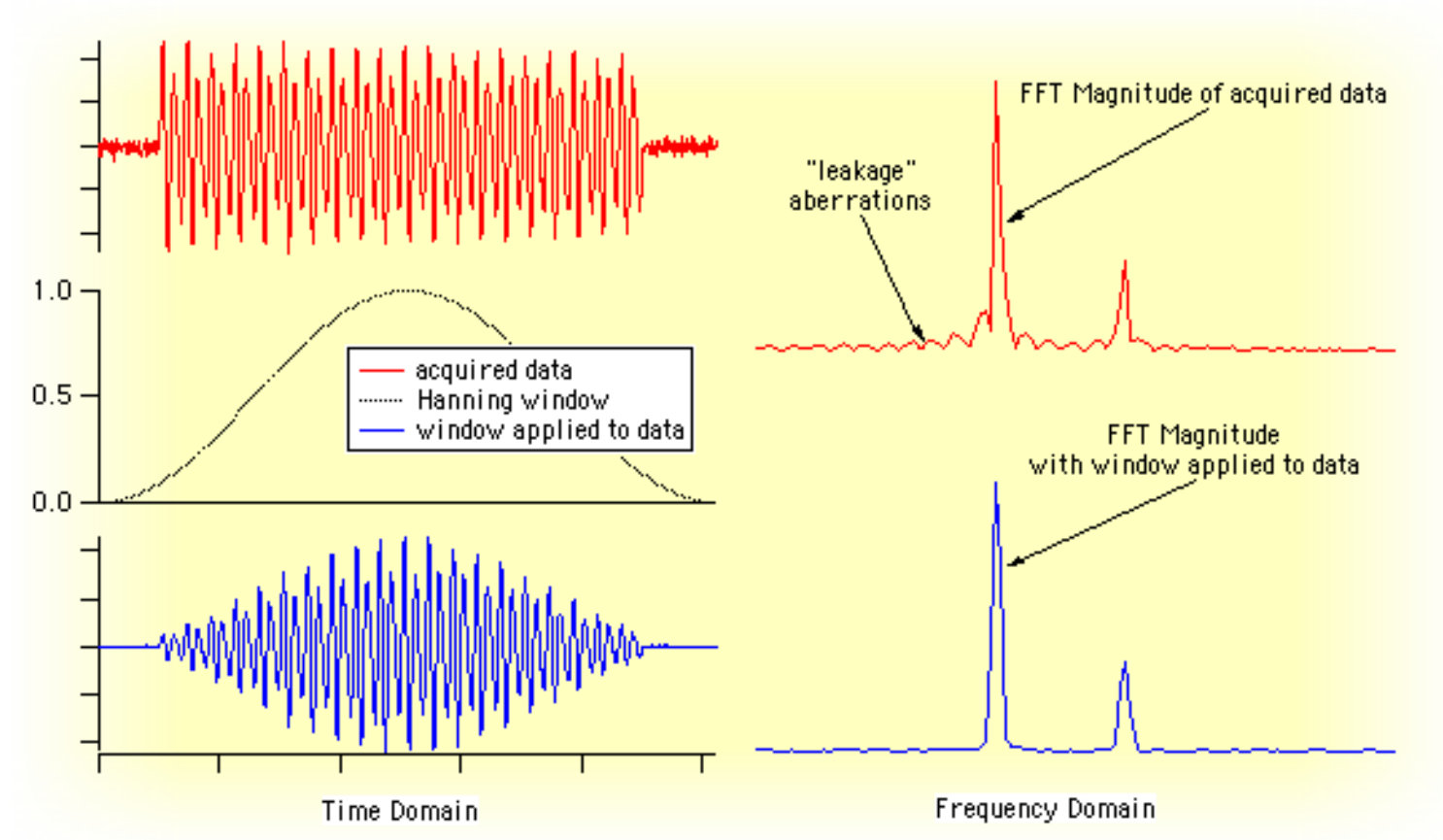
Señal de 1,25 Hz



Taper (ventana)



Taper (ventana)



Repaso

TF: Correlación de una señal con senos y cosenos de distinta frecuencia y amplitud

Principio de incertidumbre

Muestreo de señal

Nyquist: $f_s/2$

Aliasing

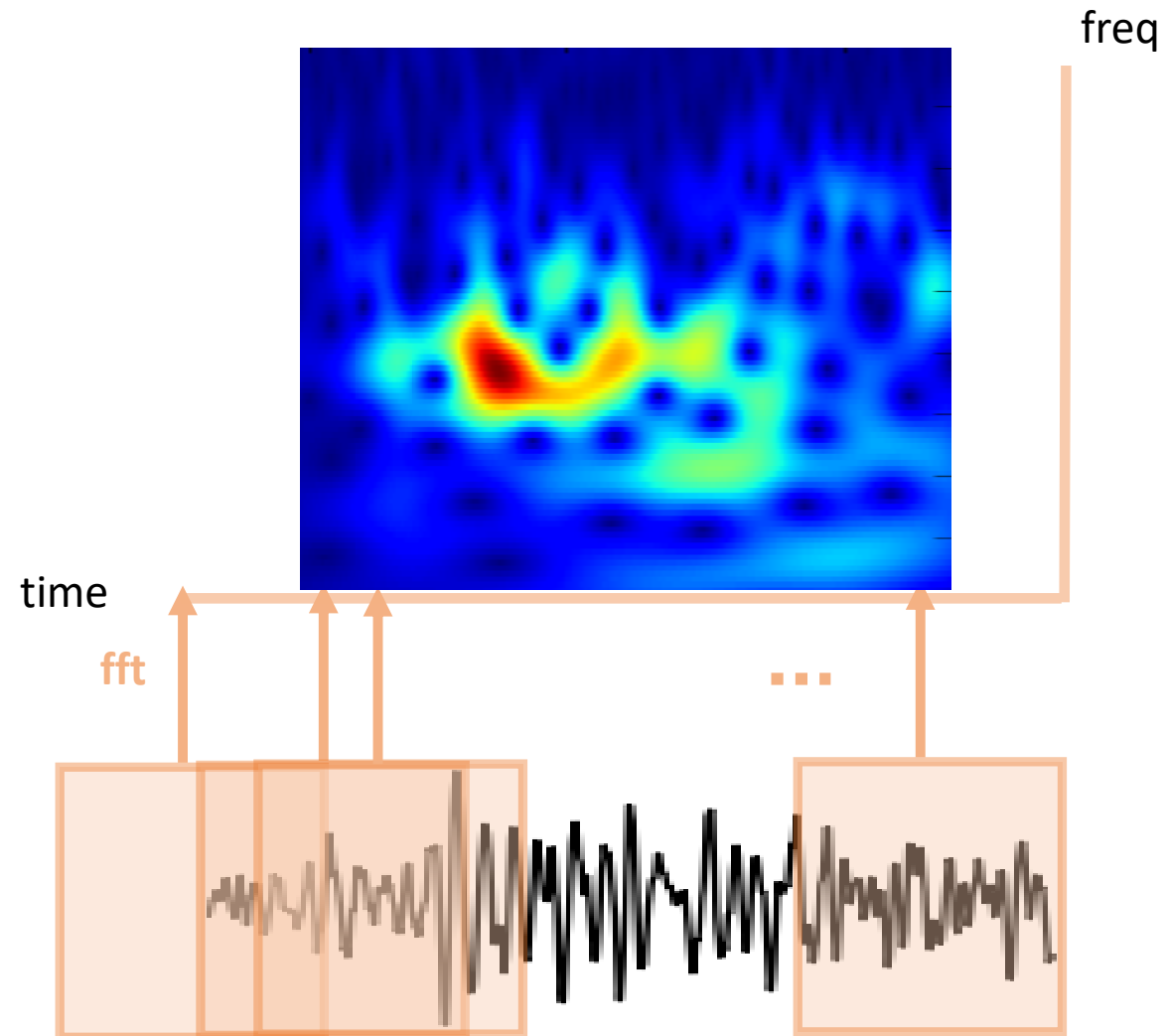
Ventana finita

Resolución espectral: $1/t$

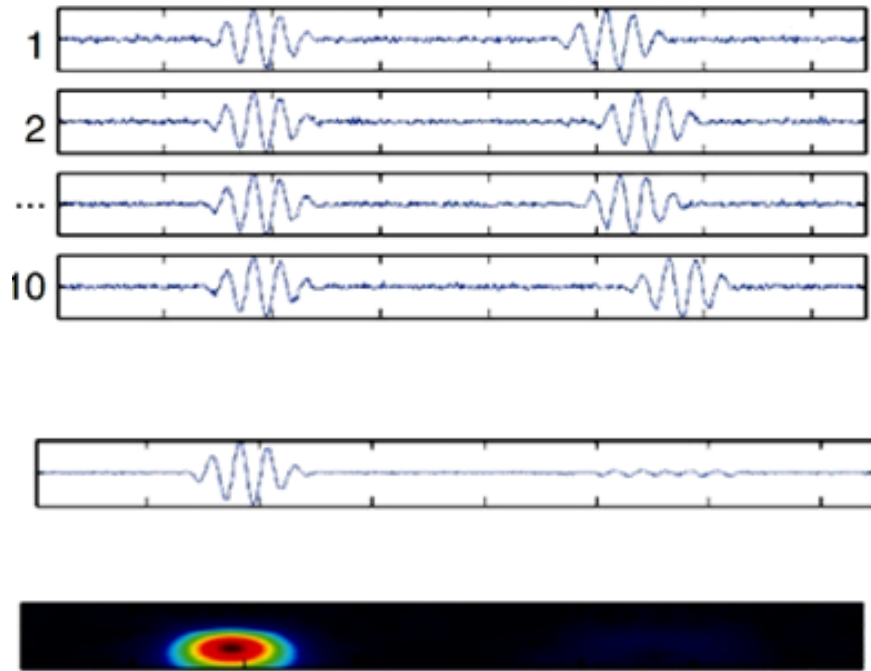
Spectral leakage

Taper

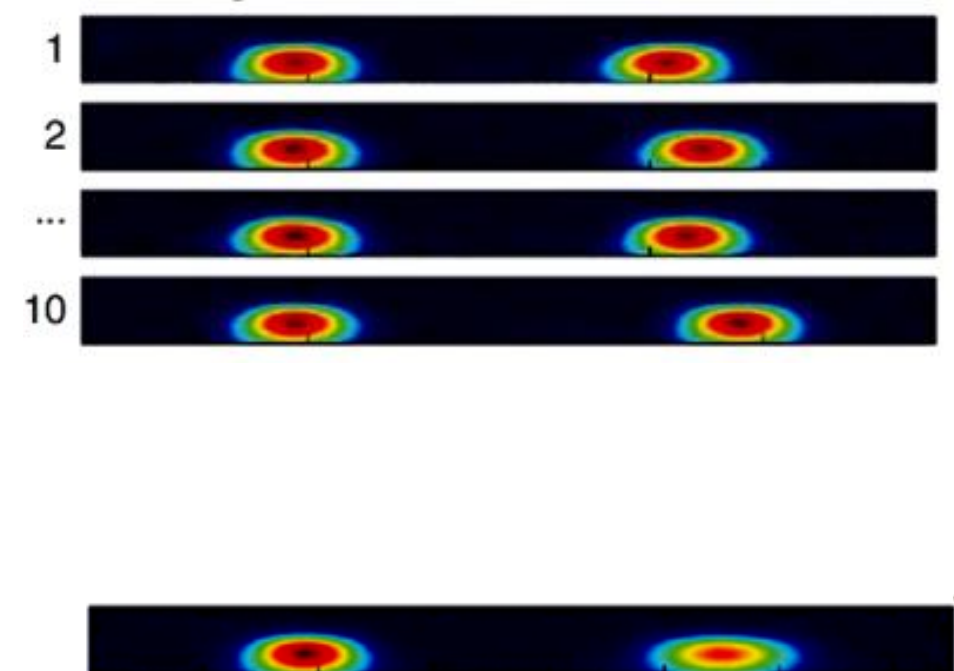
Time-frequency analysis



Time-frequency analysis: evoked vs induced

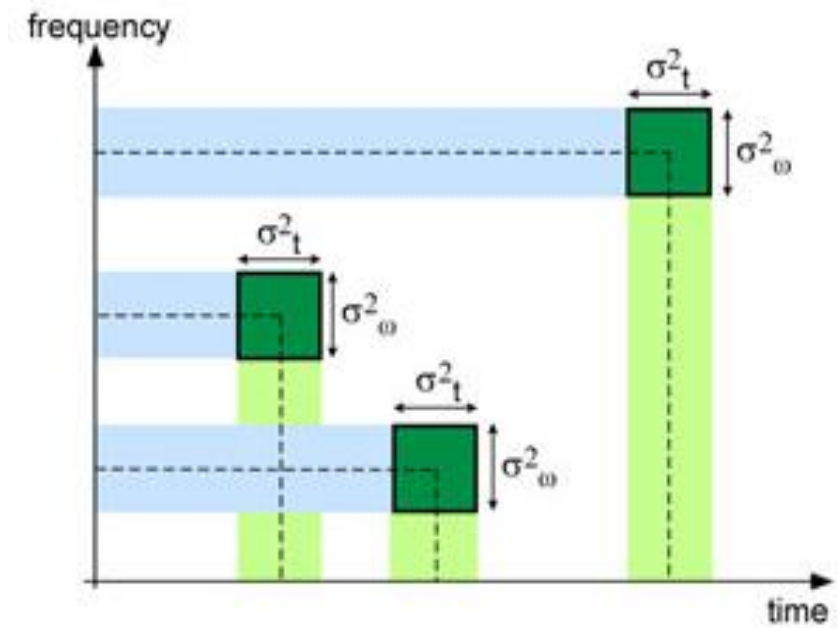
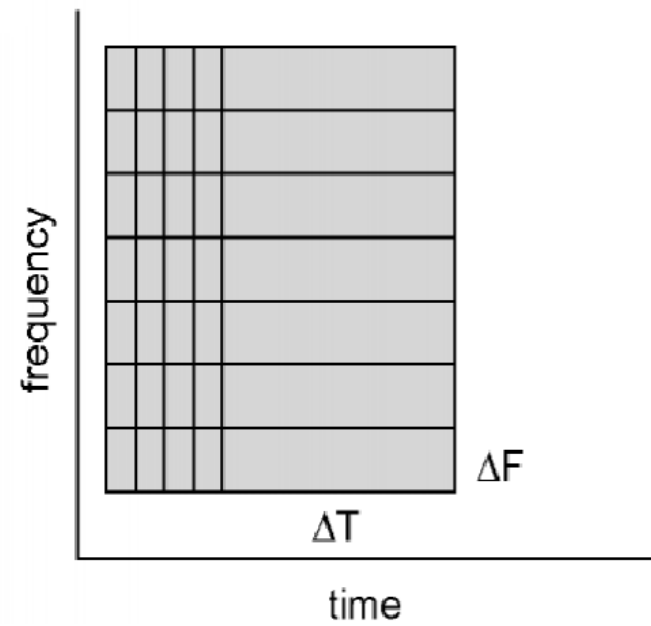


Actividad evocada



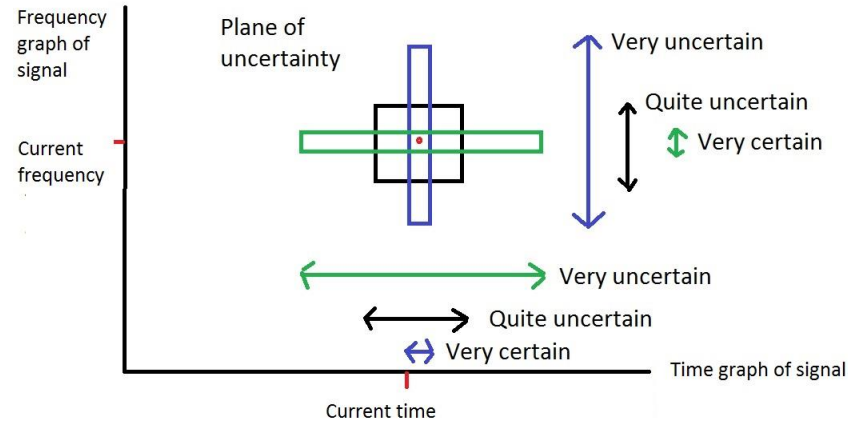
Actividad inducida

Tiempo-frecuencia: Hanning taper, ventana fija

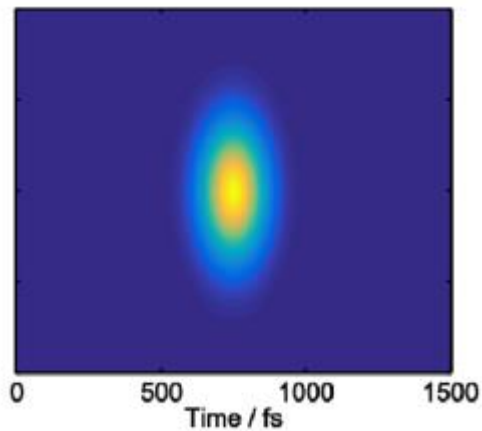


¿Cómo elegir la longitud de la ventana?

La resolución temporal compromete la resolución espectral

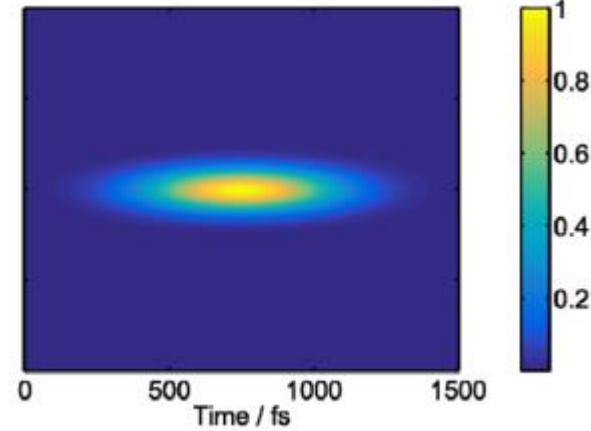


Ventana temporal corta



Buena resolución temporal

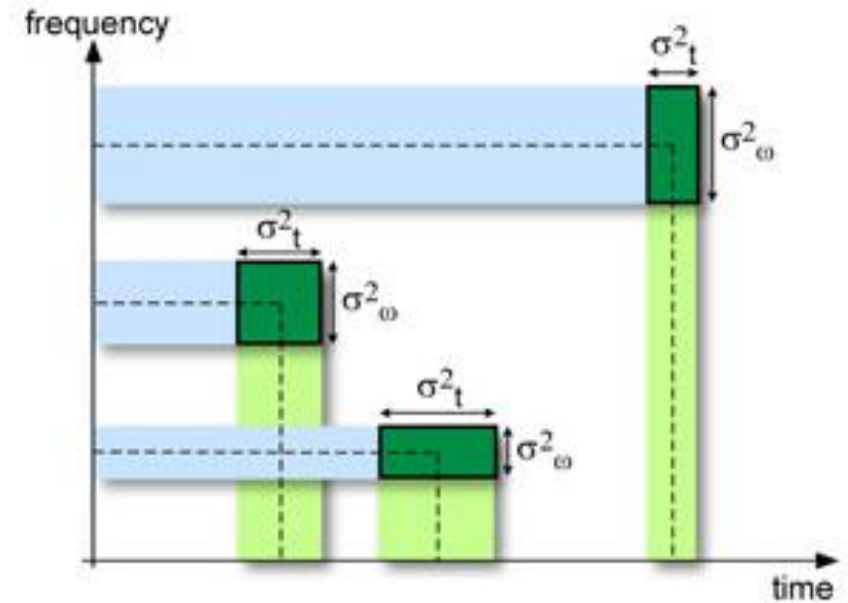
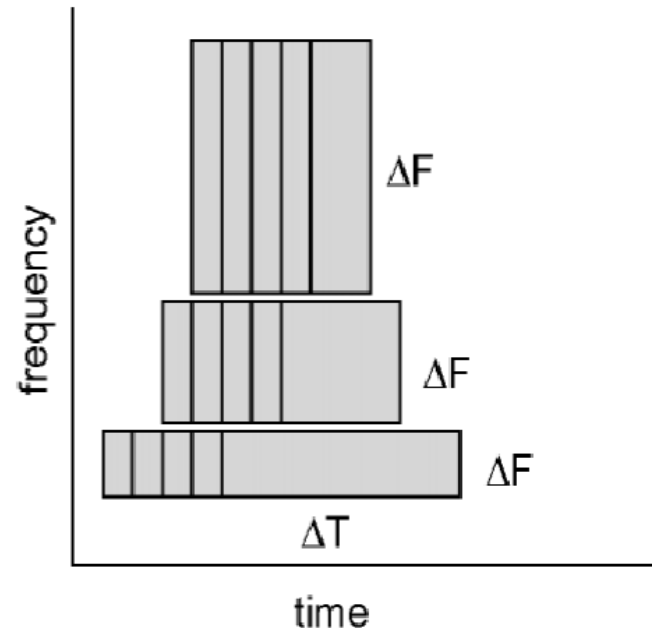
Ventana temporal larga



Mala resolución temporal

Buena resolución espectral

Tiempo-frecuencia: hanning taper, ventana variable

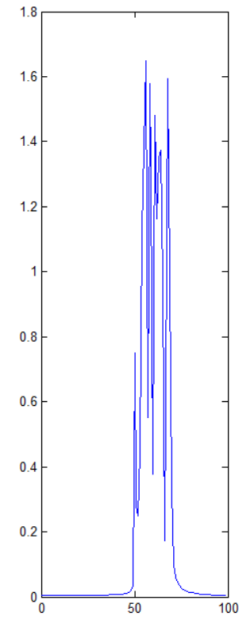
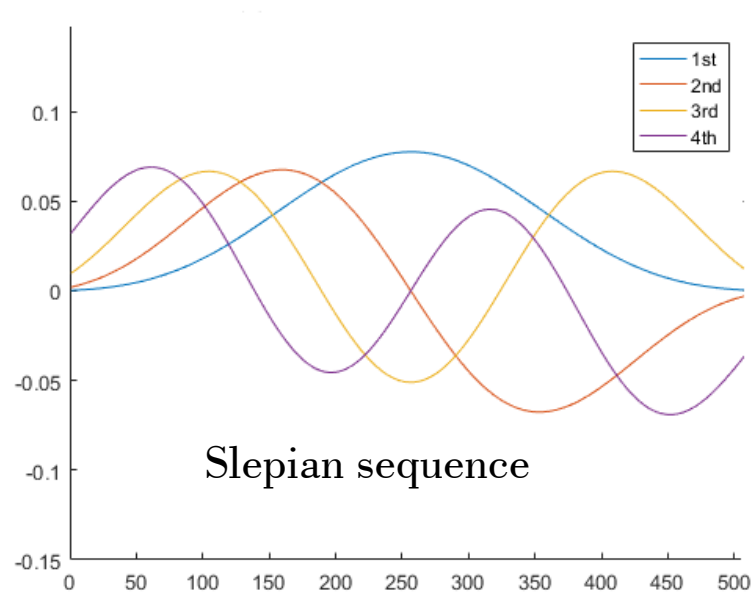


7 ciclos por ventana

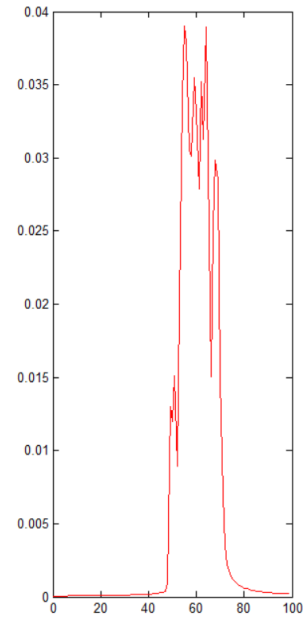
$$10 \text{ Hz: } 1/0.7 = 1.4 \text{ Hz}$$

$$100 \text{ Hz: } 1/0.07 = 14 \text{ Hz}$$

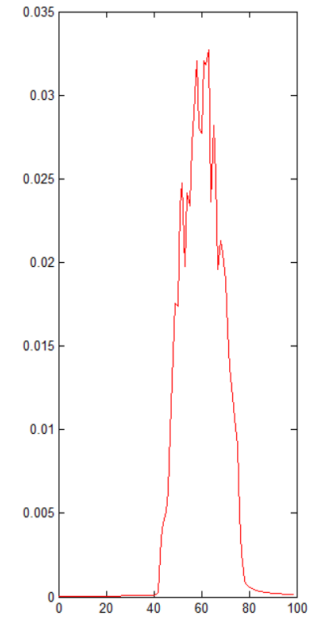
Tiempo-frecuencia: multitapers



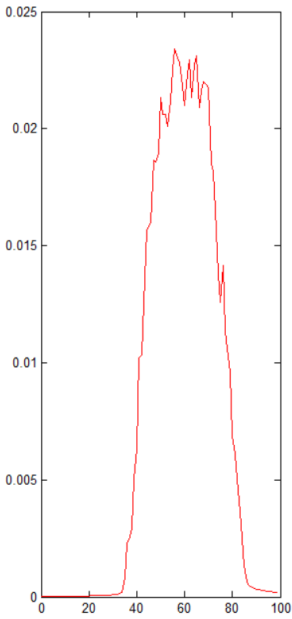
1



3

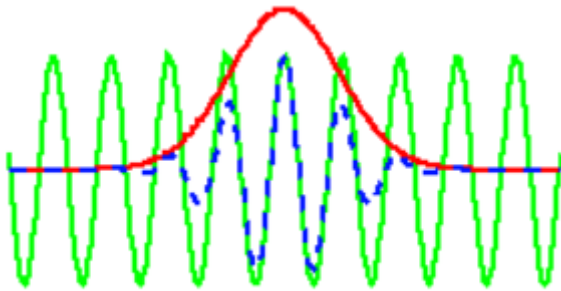


15

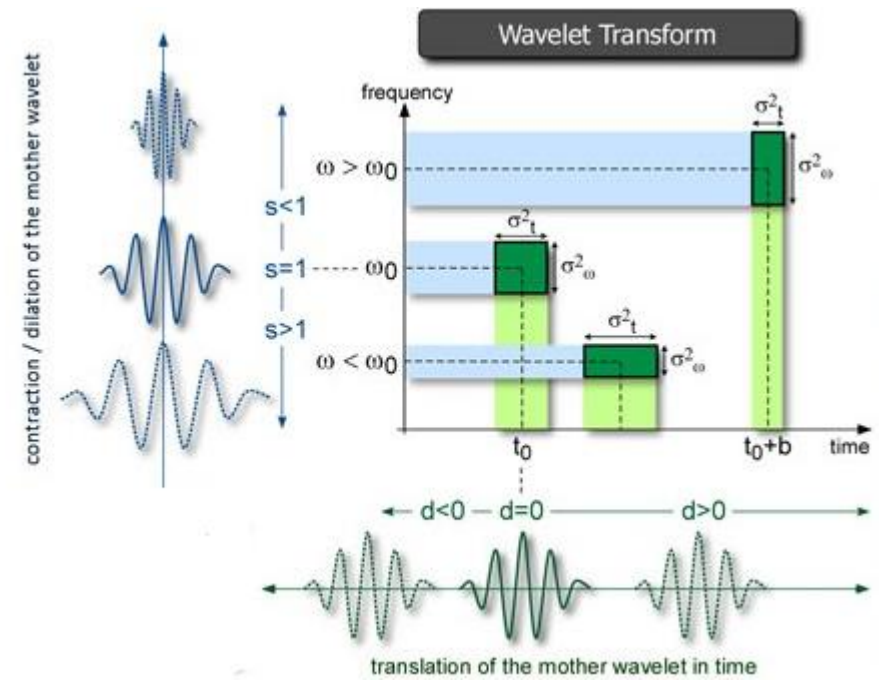


30

Tiempo-frecuencia: análisis con wavelet



Morlet: seno multiplicado por una gaussiana



Conceptos importantes para el diseño de experimentos

Nyquist: tasa de muestreo / 2

Evitar Aliasing: primero filtrar luego downsampling

Resolución espectral: $1/t$

Ventanas suficientemente largas

Ventanas variables, por ejemplo 7 ciclos

Para poder estimar 5Hz hará falta una ventana de 1,4 seg

GRACIAS!

Ejercicio práctico Matlab